

Destrezas comunicativas mediante lenguaje matemático: Una clave para el desarrollo tecnológico

Communicative skills by means of mathematical language: A key for technological progress



Eugenio M. Fedriani¹, Ana M. Martín-Carballo¹, Concepción Paralera-Morales¹, Ángel F. Tenorio^{1*}

OPEN ACCESS

EDITADO POR
Mardel Morales-García
Universidad Peruana Unión,
Lima, Perú

¹Universidad Pablo de Olavide, Sevilla, España

Resumen

Este artículo sostiene que el lenguaje matemático es una segunda lengua, clave para el desarrollo tecnológico; exponiéndose similitudes entre el lenguaje matemático y otros idiomas, desde la perspectiva del aprendizaje para hablantes no nativos. En ese sentido, se discute sobre cuál sería la formulación de cada competencia idiomática en el lenguaje matemático, describiendo ésta haciendo uso de ejemplos de situaciones evaluativas. Asimismo, se emplea los fundamentos de la enseñanza de idiomas para trasladarlos al del aprendizaje del lenguaje matemática y, a su vez, al aprendizaje de las propias Matemáticas; recíprocamente, se aboga por las ventajas del lenguaje formal y las Matemáticas para el desarrollo tecnológico y su aplicación a la enseñanza y acreditación de las segundas lenguas. En conclusión, se describe cómo analizar la competencia del alumnado en el uso del lenguaje matemático, ya que su uso fluido resulta esencial para comunicar y expresar sus conocimientos en las diferentes disciplinas científicas.

Palabras clave

lenguaje matemático, competencias, comunicación clave, innovación educativa

Abstract

This paper contends that mathematical language is a second language, key to technological development. To support this idea, similarities between mathematical language and other languages are shown, when considering its learning for non-native speakers. In this way, language competences are discussed for mathematical, as well as describing them by means of examples for assessing statements. Additionally, fundamentals for second language teaching are translated for teaching mathematical language and, in turn, teaching Mathematics itself. Moreover, we stand for profits from formal language and Mathematics in order to foster technological development, in addition to its application for the teaching and accreditation of a second language. In conclusion, we describe how to analyse students' skills for the use of mathematical language, since it must be fluently mastered to communicate and express their knowledge in the different scientific disciplines.

Keywords

mathematical language, skills, communication, educational innovations

*CORRESPONDENCIA

Ángel F. Tenorio
✉ aftenvil@upo.es

RECIBIDO 23 noviembre 2022
ACEPTADO 20 abril 2023
PUBLICADO 03 julio 2023

CITACIÓN

Fedriani, E. M., Martín-Carballo, A. M., Paralera-Morales, C. & Tenorio, A. F. (2023). Destrezas comunicativas mediante lenguaje matemático: Una clave para el desarrollo tecnológico. *Apt. Univ.*, 13 (3), <https://doi.org/10.17162/au.v13i3.1520>
ISSN. 2304-0335
doi: <https://doi.org/10.17162/au.v13i3.1520>

COPYRIGHT

© 2023 Este es un artículo escrito por Fedriani, Martín-Carballo, Paralera-Morales y Tenorio, presentado para su publicación de acceso abierto bajo la licencia Creative Commons Attribution (CC BY) (<https://creativecommons.org/licenses/by/4.0/>). La licencia CC BY permite el uso, distribución y reproducción del artículo en otros foros, siempre y cuando se den crédito al autor(es) original(es) y al propietario de los derechos de autor, y se cite la publicación original en esta revista, de acuerdo con la práctica académica aceptada. Cualquier uso, distribución o reproducción que no cumpla con estos términos está prohibido.

I Introducción

A lo largo de esta novedosa propuesta, trataremos de demostrar que el lenguaje matemático (LM) puede ser considerado una segunda lengua clave para el desarrollo tecnológico, que además es capaz de traspasar otras muchas barreras culturales. Perseguimos un objetivo final doble: por una parte, aprovechar los avances que han venido aconteciendo en la enseñanza y la acreditación de idiomas para facilitar la educación matemática y mejorar su didáctica en lo que respecta al LM como eje vertebrador del conocimiento matemático; por otro lado, dar a conocer cuáles son las características de este lenguaje pseudo-formal para permitir la aproximación de los expertos en lingüística a un ámbito que habitualmente consideran ajeno. En ese sentido, justificaremos cómo puede formularse la enseñanza del LM al alumnado mediante las estrategias metodológicas de la enseñanza de los segundos idiomas, analizando la formulación de cada competencia lingüística del LM para su adquisición por el alumnado de modo que pueda ser evaluable dicho nivel competencial con estándares compatibles con el Marco Común Europeo de Referencia para las Lenguas (MCERL). Asimismo, motivamos y justificamos con la literatura más reciente la necesidad de disponer de este recurso formativo debido a la relevancia que tiene el LM para que el alumnado con formación STEM (esto es, Ciencias, Tecnología, Ingeniería y Matemáticas) sea capaz de entender y aplicar la tecnología de la manera más apropiada y provechosa.

Ya Galileo defendía que la naturaleza es un libro escrito en el lenguaje de las Matemáticas y que dicho lenguaje es el que permite leer y entender lo que ocurre en el mundo real (Galilei, 1623). Aunque el inglés es actualmente la lengua internacional de la academia y los negocios, las Ciencias Exactas son ampliamente reconocidas como el idioma sobre el que se articulan tanto la ciencia como la tecnología. Esto quiere decir que la Matemática ya es considerada como un idioma en sí mismo por quienes la utilizan, pero también que se apoya y fundamenta en otro idioma, el LM (Ford y Peat, 1988; Avalos et al., 2018; Bailey et al., 2018), que es, por consiguiente, esencial para el progreso científico. Además, debe tenerse en cuenta que dicho idioma no solo es útil para entender la tecnología sino también para desarrollarla.

La actual revolución tecnológica, en gran medida resultado del esfuerzo de científicos e ingenieros, se desarrolla y describe en el lenguaje de las Matemáticas (Kuhn, 1962; Martín-Gago, 2009; Riccomini et al., 2015; Capraro et al., 2017); en ese sentido, Sokolowski (2018) vuelve a plantear cómo el contexto viene dado por la ciencia, mientras que las matemáticas son las herramientas con las que cuantificar dichos contextos. Dejamos para más adelante la disquisición de si se trata de las propias Matemáticas o del LM; en cualquier caso, es obvio que la dificultad para entender el LM es un importante freno en el uso, la comprensión, la adaptación, el diseño y la implementación de tecnologías (Riccomini et al., 2015). En pleno siglo XXI, para favorecer la capacidad de innovación e integración, que están en el corazón mismo de la definición de las competencias formativas, es esencial comunicarse en segundas lenguas, así como poseer una formación adecuada en medios digitales (competencia digital). En ambos aspectos influye directamente el idioma de la ciencia y la tecnología, la forma de comunicación adoptada por quienes desean acercarse a lo abstracto y entender la revolución digital de nuestro tiempo.

El LM es mucho más exacto que cualquier otro que pueda pensarse: evita las ambigüedades y permite una correcta comunicación internacional e intercultural (Van der Walt, 2009; Malacara Hernández, 2018; Morgan, 2020). Desde una perspectiva pragmática, Pimm (1990; 2007; 2014) examina la enseñanza y el aprendizaje de las Matemáticas considerándolas como un lenguaje. Postula que, con este enfoque, puede comprenderse más fácilmente lo que ocurre diariamente en el aula. Analiza las principales dimensiones del lenguaje (leer, escribir, escuchar y hablar) basándose en numerosas transcripciones de interacciones orales y escritas que acontecen en las clases de Matemáticas. Peat (1990) critica la limitación de las capacidades lingüísticas de las Matemáticas; según dicho autor: “parecen ser algo más y algo menos que un idioma”. Esta limitación se observa parcialmente cuando autores como Redish y Kuo (2015) plantean que el LM que usan los físicos no es exactamente el mismo que emplean los matemáticos (especialmente en la interpretación de ecuaciones simbólicas).

Al enfrentarse al LM desde un enfoque lingüístico, otro aspecto a tener presente es la influencia de las estadísticas que subyacen en la investigación científica, también cuando se investiga sobre segundas lenguas. La Estadística también se expresa en LM y, del mismo modo que no tiene mucho sentido escribir en un idioma que no se conoce lo suficiente, tampoco es lógico incorporar técnicas estadísticas en un artículo sin conocer su significado o esencia (Cohen, 1994; Ioannidis, 2005).

La aversión a las Matemáticas y, por extensión, al LM no es exclusiva de quienes se dedican a las letras. Prueba de esto son las experiencias de docentes en todos los niveles educativos, como afirman Gowers (2008) o Martínez-Padrón (2008). Las Matemáticas parecen generar miedo u odio entre gran parte de los docentes y, puede que, como consecuencia de esto, en una mayoría del alumnado (Gómez-Chacón, 2006; Mato y de la Torre, 2010; De la Oliva Fernández, 2020). Esto ocurre pese a que las herramientas tecnológicas utilizadas para la renovación del aprendizaje e incrementar la motivación del alumnado están basadas en las Matemáticas: Internet, el aprendizaje adaptativo, las apps, las nuevas plataformas de enseñanza, el aprendizaje en entornos virtuales, etc. Si el alumnado recibiese una formación más reglada y estructurada del LM durante su formación, esa aversión que gran parte del alumnado presenta ante el conocimiento matemático podría verse, si no eliminada, sí reducida en gran medida ya que esa animadversión por las Matemáticas es debida a la incomprensión de conceptos y procedimientos por no poder interpretar o expresar correctamente enunciados o proposiciones que usan profusamente el LM.

Insinuábamos que la formación del profesorado de idiomas debería contemplar algo más de Estadística (y, por tanto, el lenguaje necesario para entenderla), pues las técnicas de muestreo, la descriptiva y la inferencia son esenciales para comprobar la validez de las metodologías. Otro motivo robusto es que solo con la Estadística pueden mejorarse eficazmente las técnicas de evaluación (Organización para la Cooperación y el Desarrollo Económicos [OCDE], 2011). Volveremos a este punto cuando tratemos el tema de la acreditación de competencias lingüísticas; mientras tanto incidiremos en que los docentes actuales (incluyendo los de idiomas) no tienen más remedio que formarse también en las competencias digitales docentes, que constituyen una herramienta esencial en el proceso de enseñanza-aprendizaje y significan una conexión adicional entre el LM y la educación, porque las Tecnologías de la Información y Comunicación [TIC] evidentemente evolucionan rápidamente, siendo casi imposible de entender esos cambios sin unas nociones básicas de LM.

Las reflexiones anteriores también son aplicables al alumnado. Se les propone estudiar lo que podrían considerar un nuevo lenguaje esencial para la educación tecnológica. El coste del aprendizaje del LM se amortiza rápidamente al permitir un acceso más fácil a otros campos y utilidades cuyo rendimiento es prácticamente inmediato.

Este trabajo consta de tres secciones tras esta introducción. En la siguiente, reflexionamos sobre algunas características del LM que permiten considerarlo un idioma y, más específicamente, una segunda lengua cuyo dominio puede acreditarse; para explicar y motivar este hecho, se emplea tanto literatura clásica sobre la materia como otra más actualizada de la última década. Seguidamente, describimos cómo hemos formulado y definido las competencias idiomáticas que una persona usuaria del LM debiera dominar desde el punto de vista de la enseñanza de segundas lenguas, explicando mediante ejemplos (para facilitar su comprensión) la forma de analizarlas y trabajarlas. Finalmente, concluimos el trabajo con las principales consecuencias de la formulación propuesta para la enseñanza del LM como segunda lengua y de futuras líneas de investigación relacionadas con la misma.

2 Justificación Metodológica

Justificaremos cómo el LM puede considerarse como una lengua formal, pese a la existencia en la literatura de matizaciones sobre este hecho y su formulación para proceder a su enseñanza (tanto en el ámbito de las asignaturas de Matemáticas como en su concepción como segundo idioma que aprender). Para ello, también se reflexionará sobre la idoneidad de formular propuestas educativas en las que el alumnado no solo aprenda procedimientos y cálculos matemáticos, sino también el propio LM para una mejor comprensión de los contenidos y procedimientos y una correcta asimilación de las competencias matemáticas.

Como indica Schleppegrell (2007), las Matemáticas constituyen una ciencia basada y sustentada sobre un lenguaje propio (el LM) sobre el que se articulan, por ejemplo, las definiciones de conceptos, la formulación de resultados y la demostración de éstos. El LM es necesariamente preciso y exacto, es decir, riguroso; dependiendo del nivel de exigencia del usuario, sería un lenguaje abstracto y formal o pseudo-formal (Kenney, 2005; Malacara Hernández, 2018). Asimismo, el formalismo y el rigor son parte esencial de las Matemáticas, pero no se trata de identificar las Matemáticas con el LM sino que el LM es simultáneamente el idioma en el que se expresa la Ciencia y una parte suya, basada en la Lógica Formal y Simbólica. Para

Gómez-Granell (2014) y Alcolea (2021), las Matemáticas están constituidas precisamente por este lenguaje, basado en el formalismo y la abstracción, que conjuga palabras, números, otros símbolos y figuras con un significado matemático determinado y concreto que busca la corrección, la exactitud y la ausencia de ambigüedad. Esta necesidad de palabras con significados estáticos e independientes del contexto es esencial, según Mynard (2018), para disponer de una teoría deductiva y, por tanto, se requieren palabras (y símbolos) primordiales que no necesiten de otras palabras para su definición: una especie de palabras axiomáticas (cuestión imposible en el lenguaje común).

O'Halloran (2000; 2015) indica que debemos hacer conocedor al alumnado del lenguaje formal y simbólico de las matemáticas y que, para ello, debemos explicar ese simbolismo y formalismo mediante el lenguaje que le resulta natural al alumnado; es decir, debemos enseñar a utilizar el LM a partir del idioma materno como si de la enseñanza de otro idioma se tratase. Así, Ellerton y Clements (1991) entienden que es esencial que los docentes entrenen a sus alumnos en el uso y manejo (al menos en la lectura) del LM para obtener una mejora significativa en el rendimiento del proceso de enseñanza-aprendizaje. La necesidad de tomar contacto con el LM por parte del alumnado desde el inicio de su formación formal, con el fin de familiarizarse y prepararse para etapas posteriores, es igualmente defendida por Delgado Coronado (2015) y Purpura et al. (2017). Precisamente, Purpura et al. (2017) establecen la evidencia entre introducir el LM al alumnado en edades tempranas y una mejor comprensión (y rendimiento) del conocimiento matemático en estos, siendo el LM un factor que potencia positivamente sus habilidades matemáticas.

Ospitaletche-Borgmann y Martínez (2012), con una visión distinta, analizan el papel de las Matemáticas como idioma y las consecuencias en la enseñanza de la disciplina. Comparan cuatro componentes del lenguaje y la Matemática, presentando experiencias en Argentina, Alemania y Uruguay en las que enfocan la enseñanza de la Matemática como una extensión de la enseñanza de la lengua.

El correcto uso del LM es lo que en el aprendizaje de una lengua correspondería a su vocabulario, gramática y uso práctico. No es posible un uso práctico sin que cada estudiante tenga un conocimiento y manejo razonable del vocabulario y la gramática para formular enunciados. Como indica Jamison (2000), el LM siempre ha sido la parte de las Matemáticas que resulta factor clave para el correcto aprendizaje de la materia, llegando incluso a ser más importante y esencial a medida que avanzamos en las etapas educativas. Esto se debe al incremento del nivel de abstracción y de complejidad en las estructuras formales que se aprenden en cada etapa educativa.

Según Alastre y Alastre (2011), el idioma materno resulta esencial para entender e interpretar las Matemáticas y usar de manera correcta y apropiada el LM (es decir, ser competente lingüísticamente), si realmente queremos que los alumnos puedan afrontar correctamente la resolución de problemas mediante modelización matemática. El LM requiere usar adecuadamente la lengua materna para poder formular las ideas en ese otro lenguaje formal. Esta postura es compartida por Jenlink (2020), considerando esencial la enseñanza del LM para la comprensión y expresión de cualquier noción, concepto o procedimiento matemático y, por ende, de su aprendizaje. Sin la capacidad para manejar los términos y símbolos matemáticos no puede aprenderse el conocimiento matemático. La relevancia del LM para el aprendizaje de la materia puede constatarse ampliamente (v.g. Mohamed et al., 2020; Peng et al., 2020; Vanluydt et al., 2021). Como indican Helstad et al. (2017), la alfabetización matemática facilita la mejora en el aprendizaje de las matemáticas, especialmente en educación superior.

Frecuentemente suele confundirse el LM con el simple conocimiento de ciertos símbolos lógicos y formales, ciertos conceptos y vocabulario, etc. Otras veces, se entiende por LM el poder (y saber) usar adecuadamente la lengua materna en un contexto matemático y el poder realizar la traducción de expresiones y afirmaciones a expresiones lógicas y simbólicas y viceversa. Desde esta segunda perspectiva, para muchos alumnos, aprender el LM (i.e. los conceptos, símbolos, vocabulario y reglas que permiten la correcta relación entre ellos) presenta problemas similares al aprendizaje de una lengua extranjera. Algo parecido ocurre al tratar de entender o expresarse en dicho idioma sin dominarlo convenientemente.

Como en el aprendizaje de cualquier segundo idioma, el LM conlleva cierto nivel de conocimiento de la lengua materna. Al mismo tiempo, como cualquier idioma, el LM requiere del manejo apropiado por parte del estudiante para evitar problemas comunicativos. A veces hay términos (o palabras) presentes en el LM y en el lenguaje natural (lengua vernácula del alumno); cuando el significado en ambos idiomas no coincide,

pueden generarse importantes confusiones en el proceso de aprendizaje de la materia y en la consolidación del propio dominio del LM (como ocurre con los “false friends” en la enseñanza del inglés). Frecuentemente se añaden, modifican o suprimen matices en el uso de un término en LM para evitar ambigüedades.

Desde el punto de vista educativo, la comprensión lingüística en LM debería permitir al estudiante, al menos, entender textos matemáticos o el discurso de un profesor y expresar respuestas de forma matemáticamente correcta (tanto por escrito como oralmente). Esta descripción de destrezas comunicativas coincide con la empleada habitualmente en la acreditación del dominio de segundas lenguas. En la siguiente sección volveremos a esta clasificación para explicar más detalladamente la interpretación de los autores sobre cada competencia.

Para que el LM sea un medio efectivo de comunicación y entendimiento entre profesores de Matemáticas y alumnos, será necesario cierto dominio de éste por ambas partes. Lógicamente, eso supondrá, en algún momento, una enseñanza y, respectivamente, un aprendizaje del LM. Para ello, resulta conveniente conocer el nivel lingüístico de cada estudiante (lo que conlleva un proceso de evaluación o acreditación), ya que dependiendo del manejo que tenga del LM tendrá mayor o menor facilidad para la comprensión de conceptos y procedimientos, amén de su aplicación a la resolución de problemas. Además, como en el aprendizaje de cualquier lengua, solo conociendo el nivel de competencia puede mejorarse la fluidez en el propio LM. Moschkovich (2015, 2021) considera que la alfabetización académica del alumnado requiere aprender a comunicarse matemáticamente y tener un manejo como usuario en el LM, sin el cual no puede pretenderse dominar la materia. No obstante, las dificultades del alumnado para reconocer e identificar símbolos matemáticos claves es sintomática (Martín-Caraballo et al., 2020).

Coherentemente con lo anterior, ya se han diseñado estándares compatibles con el MCERL y celebrado más de un centenar de exámenes, a modo de pruebas piloto, para certificar si los examinandos alcanzan el nivel de conocimientos de LM correspondiente al B1 (según la traducción más directa posible del MCERL, disponible en la web <http://mathlanguagelevel.com>). Como ejemplo, indicamos que las pruebas realizadas a alumnos de primer curso de grados en el ámbito de Economía y Empresa durante varios cursos académicos han dado unos resultados realmente alarmantes: aunque son exámenes que no fueron previamente preparados por los examinandos, apenas un 2% consiguió superar el nivel B1, que sería el mínimo imprescindible para poder entender apuntes y sesiones presenciales en las asignaturas de Matemáticas y Estadística que tendrán que aprobar durante sus estudios universitarios. Para no extender la explicación excesivamente, no nos detendremos más tiempo en los análisis estadísticos realizados en la fase de pilotaje ya que el objetivo de este trabajo consiste en explicar la relación que se ha establecido entre el LM y la acreditación del dominio del idioma. Apuntaremos algunos motivos más para apoyar la interpretación del LM como un segundo idioma.

Volviendo a la adquisición de la segunda lengua, actualmente el aprendizaje de idiomas modernos se basa en un proceso de interacción comunicativa que persigue el desarrollo de competencias. Esto también ocurre con la enseñanza de las Matemáticas y, consiguientemente, del LM. Es crucial el uso de las tecnologías educativas en el aprendizaje del LM: el aprendizaje por ordenador potencia el trabajo individual y autónomo del alumnado para reforzar lagunas.

Según Serrano (2005), “el estudio de la naturaleza del LM y de los principios y reglas que lo rigen puede aportar elementos importantes para la práctica escolar en sí, así como para el diseño de materiales escritos”. Tanto en las segundas lenguas como en el LM, hay que favorecer el aprendizaje autónomo del estudiante dentro y fuera del aula. Como ocurre con el dominio del inglés, el chino, el alemán..., dominar el LM también flexibiliza la mente y es positivo para el acceso al mercado laboral o para la promoción dentro del mismo.

La necesidad del LM para el avance tecnológico en el siglo XXI es evidente como puede observarse en la literatura reciente. Laurini (2019) usa el LM para formular un modelaje de reglas estáticas geoespaciales que sean implementables con software computacional para mapeo de zonas geográficas y planificación urbanística; esta técnica de modelaje no sería posible sin formular reglas mediante LM. Lasenby (2017) formula el uso de las álgebras geométricas (basadas en una modificación del LM) para trabajar la relatividad general (así como otras disciplinas como la acústica o el electromagnetismo) de manera algebraica y

simbólica que sea traducible a tratamientos computacionales. Giesa et al. (2015) usan el LM para modelar materiales biológicos, como proteínas, usando librerías de código abierto en Python. A estos tres ejemplos, debe añadirse el uso más clásico del LM en Ciencia y Tecnología: usar el LM para diseñar modelos matemáticos implementables para simulaciones computacionales (Azizi et al., 2021). Sin un lenguaje formal, sería complejo (si no imposible) formular procesos y rutinas que pudieran automatizarse computacionalmente.

Asimismo, en Pimm (1990) y Serrano (2005) puede consultarse un análisis de elementos del LM, incluyendo las diferencias entre lenguaje, lengua y habla, así como algunas características de su uso en la enseñanza de las Matemáticas.

En cuanto a posibles limitaciones de la metodología sugerida en esta propuesta, parece razonable destacar que los profesores de Matemáticas rara vez estamos suficientemente formados lingüísticamente, es decir, para la docencia de un idioma. Esto condiciona frecuentemente el aprendizaje del LM por parte del alumnado y dificulta aprovechar técnicas ya desarrolladas para la enseñanza-aprendizaje y la evaluación-acreditación de segundas lenguas.

3 Traducción de las Destrezas Comunicativas

En esta sección partiremos de que las Matemáticas son algo más que un lenguaje, pero que, a su vez, el LM es también parte esencial suya. También consideraremos (por lo expuesto previamente) que el LM es una especie de segunda lengua, para la cual tiene sentido desarrollar pruebas de acreditación de nivel de dominio idiomático. Así, de acuerdo con el MCERL, conviene estudiar separadamente los siguientes aspectos del idioma: comprensión escrita, comprensión oral, expresión escrita y expresión oral. Incluso, es posible distinguir el uso de la lengua (en ocasiones evaluado dentro de la expresión escrita) y la interacción oral (que combina comprensión y expresión oral). Tratamos de plantear cómo formar al alumnado en el uso correcto del LM y cómo analizar si realmente alcanza un determinado nivel de manejo de éste.

3.1 Comprensión Escrita

La comprensión escrita suele relacionarse con el acto intelectual de la lectura. En el LM, una primera dificultad está en reconocer los caracteres utilizados, no siempre pertenecientes a la lengua materna. Hay que tener en cuenta que, aunque los signos lingüísticos sean conocidos, a veces tienen un significado propio en LM, distinto del habitual en el lenguaje natural. Puede también ocurrir que los símbolos matemáticos se refieran a un concepto que, por falta de formación matemática suficiente, sea desconocido para el lector (aspecto no siempre exigible en una prueba de acreditación de LM). Globalmente, como ocurre en cualquier idioma, se trata de leer un texto en LM y entender lo que se lee.

Preguntas que servirían para evaluar esta destreza serían, por ejemplo, completar las siguientes frases: “Un hexaedro es una figura en el espacio de ___ dimensiones” o “Un binomio tiene siempre ___ sumandos”. Otra posibilidad es la de determinar si una oración es verdadera o falsa; no valorando el conocimiento de símbolos sino el de conceptos o ideas: “Mediante un contraejemplo es posible demostrar que un enunciado es falso”. También pueden solicitarse sinónimos de expresiones como “tal que” o “eje OX”. Finalmente, puede recurrirse a ejercicios típicos de la evaluación en idiomas, como reescribir frases sin modificar su significado, utilizando la palabra o el símbolo dado en cada caso. Un ejemplo de este tipo sería reescribir “A es condición suficiente para B” utilizando la flecha hacia la derecha que se suele identificar con “implica”.

3.2 Comprensión Oral

La comprensión oral se entiende comúnmente como la capacidad de escuchar y entender lo escuchado. En el LM, esta destreza comunicativa consiste en escuchar cómo se leen los enunciados matemáticos y ser capaz, al menos, de reproducirlos por escrito. Obviamente, aquí hay una dependencia algo mayor de la lengua vernácula que en el caso de la comprensión escrita, pues los símbolos a menudo tienen una pronunciación distinta según el idioma.

Dictados de expresiones matemáticas o la identificación de un mensaje escuchado de entre algunas opciones dadas por escrito son pruebas útiles para evaluar esta destreza.

3.3 Expresión Escrita

La expresión o producción escrita se refleja en el acto de escribir. Lo que se pretende con una pregunta de esta destreza es demostrar que el examinando es capaz de encontrar símbolos matemáticos adecuados para expresar ideas que ya posee o genera. Como en otros idiomas, el rendimiento en esta parte puede depender de la capacidad creativa del alumno e, incluso, de su imaginación y originalidad.

Un ejemplo sería completar la expresión “ $\{a, b, c\} \cap \{a, c, d\} = \{a, c\}$ ”, haciendo uso del símbolo \cap que representa la intersección de dos conjuntos. Otra posibilidad consistiría en finalizar coherentemente y con sentido varias frases incorporando, al menos, un término (o símbolo) matemático en cada caso. También puede exigirse al candidato la redacción de un texto coherente sobre el tema matemático dado, pudiéndose utilizar un máximo de palabras e incluyendo un número mínimo de símbolos matemáticos distintos.

3.4 Expresión Oral

La expresión o producción oral suele valorarse mediante entrevista. Es difícil separarla de la comprensión oral. Sin embargo, en LM no se trata de que el candidato sea capaz de producir como un matemático (equivalente a un nativo), sino que sea capaz de expresarse con alguien que sí domina el LM, no siendo el idioma una barrera para comunicar o compartir ideas relacionadas con las Matemáticas. En las pruebas piloto de nivel BI, esta destreza se evalúa mediante una prueba en parejas que dura entre 10 y 15 minutos. Cuando comienza la prueba, se presenta a uno de los candidatos una imagen o fotografía (sin que el otro la vea) y debe explicar al otro qué conceptos matemáticos conoce que estén relacionados con la imagen; el segundo puede tratar de adivinar lo que se representa realmente en la imagen. Seguidamente, se presenta otra imagen al segundo candidato, quien debe explicar los conceptos matemáticos relacionados con su imagen (y el primero puede tratar de adivinar la imagen). En la última parte del examen oral, con las dos imágenes a la vista, ambos candidatos proponen alternativas a los conceptos matemáticos elegidos por su compañero, tratando de explicar la idoneidad de dichos conceptos o de otros no presentados anteriormente. El examinador puede intervenir en cualquier momento, si lo considera necesario.

Se valoran, entre otros, los conceptos matemáticos identificados, el vocabulario matemático utilizado, las estructuras o expresiones matemáticas utilizadas, la coherencia lógica del discurso, la consistencia de lo manifestado durante la prueba, la fluidez en la exposición oral, la capacidad de interacción e, incluso, la pronunciación (que debe ser inteligible y no causar confusión).

4 Conclusiones

El profesor de idiomas, como otros muchos docentes, es usuario de la tecnología como individuo integrado en el siglo XXI y con especial relación con las generaciones más jóvenes e interesadas en todo lo que es novedoso. Trata de utilizar dicha tecnología para el propio aprendizaje y potenciar el proceso de éste en sus alumnos. Sin embargo, muchos profesores desconocen suficientemente el lenguaje en el que se describe y desarrolla la tecnología: el LM. Algo similar y más relevante, desde la perspectiva del docente de Matemáticas, sucede con los estudiantes: aunque saben utilizar la tecnología rudimentariamente como usuario básico, no suelen entenderla y no aprovechan todo el potencial tecnológico que tienen entre sus manos; incluso en ocasiones se acrecienta la distancia entre lo lógico y lo empírico. Se desconecta la fundamentación lógica y formal que proporcionan las Matemáticas a las ciencias técnicas y experimentales y solo es factible y visible el uso práctico de lo que funciona, pero sin saber el motivo por el que ocurre. Es como una realidad mágica en la que no merece la pena entender qué y por qué pasa en lo relativo a ciencia y tecnología. El uso de tecnología requiere un manejo del LM que permita formular modelos que matematicen la realidad o incluso que permitan formular reglas que sean procesables por un ordenador con software apropiado, como se puede observar en Laurini (2019) o Giesa et al. (2015). Pese a las múltiples evidencias de lo necesario del LM para el avance tecnológico, las matemáticas crean reticencia e incluso aversión en nuestro alumnado, lo cual dificulta el rendimiento en la materia (Mato y de la Torre, 2010; De la Oliva Fernández, 2020) y, consiguientemente, genera carencias significativas para que actualice su formación tecnológica (tanto durante su periodo formativo como en el profesional) si requiere cierta fundamentación matemática.

La aversión a las Matemáticas no debería ser una barrera infranqueable ni para docentes ni para estudiantes. Una posible forma de reducir las dificultades es acercarse al LM como con cualquier otra segunda lengua (Monroe, 1988; Monroe y Orme, 2001). Si, como indican Delgado Coronado (2015) y Purpura et al. (2017), vamos introduciendo como docentes el LM desde el inicio de la formación y enseñamos a manejarlo, mejoraría el rendimiento del alumnado tanto en contenidos como en habilidades matemáticas; posibilitándoles entender mejor la tecnología circundante, que, en resumidas cuentas, es un lenguaje formal proveniente del LM.

La reflexión anterior permite un razonamiento recíproco y complementario: los profesores de Matemáticas deberían aprender de lo que los expertos en enseñanza y acreditación de idiomas han desarrollado durante más de un siglo de innovación docente. Si consideramos las similitudes entre el LM y otras lenguas, será más fácil prever y evitar gran parte de las dificultades que los estudiantes de Matemáticas presentan durante su formación académica.

Sin excesos imaginativos, puede afirmarse que el planteamiento anterior abre la puerta a una mayor colaboración entre los profesores de Letras y de Ciencias. Para el aprendizaje de idiomas, es especialmente interesante desarrollar proyectos de aprendizaje colaborativos, como los que relacionan a alumnos de diferentes intereses y niveles de formación lingüística, científica y humanística (Koury, 1996).

Considerando lo expuesto en este trabajo, sería lógico comenzar a valorar la relación entre el nivel en LM y los resultados académicos en Matemáticas y otras materias, lo cual permitiría avanzar en una línea de investigación sobre los resultados curriculares del alumnado debidos a la enseñanza del LM. Actualmente, se están compilando y comparando los resultados que están obteniendo en las pruebas piloto de nivel B1 los alumnos de diferentes niveles educativos (1º Educación Secundaria Obligatoria [ESO], 1º Bachillerato de Ciencias o Letras, etc.). Seguidamente a realizar tal análisis, sería natural establecer niveles mínimos de LM para cada nivel educativo con el fin de desarrollar los complementos del aprendizaje (materiales tradicionales o mediante el uso de las TIC) que permitieran favorecer la adquisición de las competencias correspondientes.

Quedaría por analizar si el uso y aplicación de las tecnologías se vería afectado positivamente por disponer de un mayor conocimiento y manejo del LM o si éstos favorecerían una mejor comunicación con otros hablantes, nativos o no en tecnología, ciencia o LM.

Con trabajos que, como el presente, resalten la relevancia del LM para el avance tecnológico y el uso óptimo de dichos avances, esperamos conseguir que los personajes públicos (como pueden ser nuestros representantes políticos, periodistas, etc.) comiencen a tener reparos al cometer errores que son básicos en LM y que serían asimilables a un uso incorrecto de la ortografía, gramática o léxico del idioma en el que se expresan. En un escenario optimista, cabría incluso esperar una mejora en el nivel discursivo, en la lógica subyacente al plantear argumentos y en la coherencia significativa de éstos.

También convendría reflexionar sobre si la tecnología pudiera emplearse para mejorar la competencia idiomática en LM de forma significativamente diferente a como pueden hacerlo los métodos tradicionales de enseñanza, reforzando la interacción existente entre tecnología y matemáticas. Son muchos los profesores de Matemáticas que han detectado cómo el uso de la tecnología ha reducido la percepción de necesidad de adquirir el LM por parte del alumnado. Un uso inapropiado de la tecnología con el alumnado puede conllevar el riesgo (o perjuicio) de una pérdida en competencia de LM pese a incrementarse la motivación del alumnado. El abuso de la tecnología en la formación y no adecuar su uso a cada estadio formativo podría no favorecer su capacidad para resolver situaciones problemáticas complejas, sino reducir esa capacidad para matematizar y resolver situaciones. Es sumamente revelador en el contexto de esta problemática el gran avance que están experimentando los sistemas automáticos que interpretan el lenguaje natural utilizado por el usuario, sin tener que ceñirse al lenguaje formal que, hasta hace poco, era la única forma de comunicarnos con las máquinas. Lo que podría ser una ventaja puede, mal empleada, volverse un inconveniente: no usar el lenguaje formal de manera generalizada (por no requerirlo ya el sistema automático), podría conllevar la no adquisición o, al menos, una adquisición parcial de ciertas competencias

lógicas que permitan abstraer propiedades de objetos o situaciones y formular argumentos y razonamientos no defectuosos o contradictorios.

La capacidad del alumnado para hacer cosas (como comunicarse o resolver problemas) ha sido muy ponderada por el Espacio Europeo de Educación Superior, ya que busca la convergencia en competencias en la formación universitaria y la forma más fácil de medir la adquisición de dichas competencias consistiría en plantear situaciones prácticas y que puede interpretarse como ausente de la abstracción que permeaba la Matemática que se enseñaba en todos los sistemas educativos hace unas décadas. Estando de acuerdo con la necesidad de que el alumnado sea competente en la aplicación práctica de los conocimientos adquiridos durante su formación a situaciones reales, la convergencia de educación y comunicación debe evitar marginar el lenguaje formal, lenguaje que no es bueno olvidar ni obviar por poseer un potencial enorme en lo que respecta a comunicación internacional, transversal y multicultural, puesto que permite formular ideas y conceptos matemáticos formales independientemente de la lengua materna de su usuario.

Finalmente, aprovechamos para aclarar que no solo la comunicación global afecta a la formación de ciudadanos globales, éticos, críticos y responsables, sino también la educación, en general, y la educación matemática, en particular; algo que creemos que queda incompleto sin un conocimiento suficiente del LM. Vivimos en una sociedad basada en el uso de la tecnología y en el que los datos, su procesamiento y las estadísticas son herramientas cotidianas, por lo que las personas que trabajarán o incluso producirán avances con la tecnología y los datos generados y procesados con ésta necesariamente deberían tener un conocimiento y manejo apropiado del LM para desarrollar correctamente su labor.

5 Conflicto de intereses

Los autores declaran que la investigación se llevó a cabo sin la presencia de relaciones comerciales o financieras que pudieran ser interpretadas como un potencial conflicto de interés.

6 Referencias

Alastre, V. y Alastre, N. (2011). Metacognición como estrategia para la interpretación del lenguaje matemático. *ARJÉ*, 5(9), 127-137.

Alcolea, J. (2021). On Mathematical Language: Characteristics, Semiosis and Indispensability. En W.J. González (Eds.): *Language and Scientific Research* (pp. 223-245). Cham: Palgrave Macmillan. DOI: 10.1007/978-3-030-60537-7_8.

Avalos, M.A., Medina, E. y Secada, W.G. (2018). Reading Mathematics Problems: Exploring How Language Counts for Middle School Students with Varying Mathematics Proficiency. En A.L. Bailey, C.A. Maher y L.C. Wilkinson (Eds.): *Language, literacy, and learning in the STEM disciplines: How language counts for English learners* (pp. 55-78). New York: Routledge Taylor Francis. DOI: 10.4324/9781315269610.

Azizi, T., Alali, B. y Kerr, G. (2021). *Mathematical Modeling: With Applications in Physics, Biology, Chemistry, and Engineering*. 2nd Edition. B.P. International. DOI: 10.9734/bpi/mono/978-93-91312-16-9.

Bailey, A.L., Maher, C.A. y Wilkinson, L.C. (2018). Introduction: Language, literacy, and learning in the STEM disciplines. En A.L. Bailey, C.A. Maher y L.C. Wilkinson (Eds.): *Language, literacy, and learning in the STEM disciplines: How language counts for English learners* (pp. 1-10). New York: Routledge Taylor Francis. DOI: 10.4324/9781315269610.

Capraro, M.M., Bricer, A., Grant, M.R. y Lincoln, Y.S. (2017). Using Precision in STEM Language: A Qualitative Look. *International Journal of Education in Mathematics, Science and Technology*, 5(1), 29-39. DOI: 10.18404/ijemst.15709.

Cohen, J. (1994). The earth is round ($p < .05$). *American Psychologist*, 49(12), 997-1003. DOI: 10.1037/0003-066X.49.12.997.

De la Oliva Fernández, M. (2020). Comunicación efectiva y dominio afectivo en el aprendizaje de las matemáticas. *Revista de Comunicación de la SEECI*, 53, 23-35. DOI: 10.15198/seeci.2020.53.23-35.

Delgado Coronado, S. (2015). El papel del lenguaje en el aprendizaje de las matemáticas. *Panorama*, 9(16), 32-42. DOI: 10.15765/pnrm.v9i16.636.

Ellerton, N.F. y Clements, M.A. (1991). *Mathematics in language: A review of language factors in mathematics learning*. Geelong: Deakin University Press.

Ford, A. y Peat, D. (1988). The Role of Language in Science. *Foundations of Physics*, 18(12), 1233-1242. DOI: 10.1007/BF01889434.

Galilei, G. (1623). *Il Saggiatore, nel quale con bilancia squisita e giusta si ponderano le cose contenute nella Libbra astronómica e filosofica di Lotario Sarsi Sigensario*. Roma: Giacomo Malcardi. Traducido al español en Galilei, G. (1981). *El ensayador*. Buenos Aires: Aguilar.

Giesa, T., Jagadeesan, R., Spivak, D.I. y Buehler, M.J. (2015). Matriarch: A Python Library for Materials Architecture. *ACS Biomaterials Science & Engineering*, 1(10), 1009-1015. DOI: 10.1021/acsbmaterials.5b00251.

Gómez-Chacón, I. M. (2006). Matemáticas: El informe PISA en la práctica. Una acción formativa del profesorado. *Uno. Revista de Didáctica de la Matemática*, (41), 40-51.

Gómez-Granell, C. (2014). La adquisición del lenguaje matemático: un difícil equilibrio entre el rigor y el significado. *Comunicación, Lenguaje y Educación*, (4), 5-15. DOI: 10.1080/02147033.1989.10820896.

Gowers, T. (2008). ¿Por qué hay tanta gente con auténtica aversión a las Matemáticas? *Unión. Revista Iberoamericana de Educación Matemática*, (15), 5-7.

Helstad, K., Solbrekke, T.D. y Wittek, A.L. (2017). Exploring teaching academic literacy in mathematics in teacher education. *Education Inquiry*, 8(4), 318-336. DOI: 10.1080/20004508.2017.1389225.

Ioannidis, J.P.A. (2005). Why most published research findings are false. *PLoS Med*, 2(8): e124. DOI: 10.1371/journal.pmed.0020124.

Jamison, R.E. (2000). Learning the Language of Mathematics. *Language and Learning Across the Disciplines*, 4(1), 45-54.

Jenlink, P.M. (2020). Understanding the language and knowledge of Mathematics. En P.M. Jenlink (Ed.), *The Language of Mathematics: How the Teacher's Knowledge of Mathematics Affects Instruction* (pp. 1-13). Laham: Rowman & Littlefield.

Kenney, J.M. (2005). Mathematics as language. En J.M. Kenney (Ed.), *Literacy strategies for improving mathematics instruction* (pp. 1-6). Alexandria, VA: Association for Supervision and Curriculum Development.

Koury, K.A. (1996). The impact of preteaching science content vocabulary using integrated media for knowledge acquisition in a collaborative classroom. *Journal of Computing in Childhood Education*, 7(3-4), 179-197. DOI: 10.5555/256474.256488.

Kuhn, T.S. (1962). *The Structure of Scientific Revolutions*. Chicago: University of Chicago Press.

Lasenby, A.N. (2017). Geometric Algebra as a Unifying Language for Physics and Engineering and Its Use in the Study of Gravity. *Advances in Applied Clifford Algebras*, 27, 733-759. DOI: 10.1007/s00006-016-0700-z.

Laurini, R. (2019). A Mathematical Language for the Modeling of Geospatial Static Rules. *Journal of Visual Language and Computing*, 2019(1), 20. DOI: 10.18293/JVLC2019N1-020.

- Malacara Hernández, Z. (2018). Las matemáticas: un lenguaje para describir la naturaleza. *Entretextos*, 10(30), 7-16.
- Martín-Caraballo, A.M., Paralera-Morales, C. y Tenorio, A.F. (2020). Análisis de la competencia en el uso de la simbología matemática en el alumnado universitario de nuevo ingreso. En L. Medina Sánchez, C. Pérez Valverde y C. Suárez Hernán (Coords.), *Experiencia en contenidos curriculares docentes* (pp. 244-256). Valencia: Tirant Lo Blanch.
- Martín-Gago, J.A. (Ed.) (2009). *Nanociencia y nanotecnología. Entre la ciencia ficción del presente y la tecnología del futuro*. Madrid: Fundación Española para la Ciencia y la Tecnología.
- Martínez-Padrón, O.J. (2008). Actitudes hacia la matemática. *Sapiens, Revista Universitaria de Investigación*, 9(1), 237-256.
- Mato, M.D. y de la Torre, E. (2010). Evaluación de las actitudes hacia las matemáticas y rendimiento académico. *PNA*, 5(1), 197-208. DOI: 10.30827/pna.v5i1.6160.
- Mohamed, R., Ghazali, M. y Samsudin, M.A. (2020). A Systematic Review on Mathematical Language Learning Using PRISMA in Scopus Database. *EURASIA Journal of Mathematics, Science and Technology Education*, 16(8), em1868. DOI: 10.29333/ejmste/8300
- Monroe, E.E. (1998). Using graphic organizers to teach vocabulary: How does available research inform mathematics instruction? *Education*, (118), 538-542.
- Monroe, E.E. y Orme, M.P. (2002). Developing mathematical vocabulary. *Preventing School Failure*, (46), 139-142. DOI: 10.1080/10459880209603359.
- Morgan, C. (2020). Mathematical Language. En S. Lerman (Ed.), *Encyclopedia of Mathematics Education* (pp. 540-543). Cham: Springer. DOI: 10.1007/978-3-030-15789-0_99.
- Moschkovich, J.N. (2015). Academic literacy in mathematics for English Learner. *Journal of Mathematical Behavior*, 40, 43-62. DOI: 10.1016/j.jmathb.2015.01.005
- Moschkovich, J.N. (2021). Language and learning mathematics: A sociocultural approach to academic literacy in mathematics. *Viden om Literacy*, 30, 6-14.
- Mynard, F. (2018). *An Introduction to the Language of Mathematics*. Cham: Springer. DOI: 10.1007/978-3-030-00641-9.
- Organización para la Cooperación y el Desarrollo Económicos (2011). *La medición del aprendizaje de los alumnos: Mejores prácticas para evaluar el valor agregado de las escuelas*. México: OECD Publishing.
- O'Halloran, K.L. (2000). Classroom discourse in mathematics: A multi-semiotic analysis, *Linguistics and Education*, 10(3), 359-388. DOI: 10.1016/S0898-5898(99)00013-3.
- O'Halloran, K.L. (2015). The language of learning mathematics: A multimodal perspective. *Journal of Mathematical Behavior*, 40(A), 63-74. DOI: 10.1016/j.jmathb.2014.09.002.
- Ospitaletche-Borgmannm, E. y Martínez, V. (2012). La matemática como idioma y su importancia en la enseñanza y aprendizaje del cálculo. *Números*, 79, 7-9.
- Peat, D. (1990). Mathematics and the language of nature. En R.E. Mickens (Ed.), *Mathematics and Sciences* (pp. 154-172). Washington: World Scientific. DOI: 10.1142/9789814503488_0011.
- Peng, P., Lin, X., Ünal, Z.E., Lee, K., Namkung, J., Chow, J. y Sales, A. (2020). Examining the mutual relations between language and mathematics: A meta-analysis. *Psychological Bulletin*, 146(7), 595-634. DOI: 10.1037/bul0000231.

Pimm, D. (1990). *El lenguaje matemático en el aula*. Madrid: Editorial Morata.

Pimm, D. (2007). Registering surprise. *For the Learning of Mathematics*, 27(1), 31.

Pimm, D. (2014). Authority, explanation, contention and register: Language data and the surface search for essence. *ZDM—International Journal on Mathematics Education*, 46(6), 967-976. DOI:10.1007/s11858-014-0633-8.

Purpura, D.J., Napoli, A.R., Wehrspann, E.A. y Gold, Z.A. (2017). Causal Connections Between Mathematical Language and Mathematical Knowledge: A Dialogic Reading Intervention. *Journal of Research on Educational Effectiveness*, 10(1), 116-137. DOI: 10.1080/19345747.2016.1204639.

Redish, E.F. y Kuo, E. (2015). Language of Physics, Language of Math: Disciplinary Culture and Dynamic Epistemology. *Science & Education*, 24, 561-590. DOI: 10.1007/s11191-015-9749-7.

Riccomini, P.J., Smith, G.W., Hughes, E.M. y Fries, K.M. (2015). The Language of Mathematics: The Importance of Teaching and Learning Mathematical Vocabulary. *Reading & Writing Quarterly: Overcoming Learning Difficulties*, 31(3), 235-252. DOI: 10.1080/10573569.2015.1030995.

Schleppegrell, M.J. (2007). The linguistic challenges of mathematics teaching and learning: A research review. *Reading & Writing Quarterly: Overcoming Learning Difficulties*, 23(2), 139-159. DOI: 10.1080/10573560601158461.

Serrano, W. (2005). ¿Qué constituye a los lenguajes natural y matemático? *Sapiens, Revista Universitaria de Investigación*, 6(1), 47-60.

Sokolowski, A. (2018). Integrating Mathematics and Science within STEM paradigm. En A. Sokolowski: *Scientific Inquiry in Mathematics—Theory and Practice* (pp. 11-19). Cham: Springer. DOI: 10.1007/978-3-319-89524-6_2.

Van der Walt, M. (2009). Study orientation and basic vocabulary in mathematics in primary school. *South African Journal of Science and Technology*, 28(4), 378-392. DOI: 10.4102/satnt.v28i4.73.

Vanluydt, E., Supply, A.S., Verschaffel, L. y Van Dooren, W. (2021). The importance of specific mathematical language for early proportional reasoning. *Early Childhood Research Quarterly*, 55(2) 193-200. DOI: 10.1016/j.ecresq.2020.12.003.